PROPOSITIONS

D' IDÉOLOGIE DE MATHÉMATIQUE ET DE PHYSIQUE

POUR SERVIR

AU PREMIER EXERCICE PUBLIC

DE L' ÉCOLE SECONDAIRE

DE PLAISANCE

MDCCCVII.

A SON EXCELLENCE

M.r HUGUES NARDON

MEMBRE DE LA LÉGION D'HONNEUR

ADMINISTRATEUR-PRÉFET

DES ÉTATS DE PARME ET PLAISANCE

JEAN-PAUL MAGGI

DIRECTEUR DE L' ÉCOLE SECONDAIRE

DE PLAISANCE.

Votre arrivée parmi nous, Excellence, marque dans les fastes de notre ville un jour de bonheur. Vous avez reconnu bientôt, qu' elle ne méritait point l' espèce d' oubli dans lequel une sorte de fatalité plutôt que

toute autre cause, l'avait laissée gémir si long-tems. Vous en avez d'un oeil politique envisagé les conséquences, et Vous avez pris sur Vous de les réparer. Déjà différentes parties de l'Administration se ressentent de l'influence salutaire de votre présence; et tous les citoyens qui s'intéressent au bien de la patrie, raniment leurs espoirs, et, le coeur plein de reconnaissance, souhaitent qu'il se présente une occasion quelconque de Vous en donner un témoignage authentique et solennel. A' ce titre seul on concevrait assez, combien de raisons nous obligent à Vous offrir cet exercice littéraire, si Vous n'y aviez déjà un droit plus particulier. Cet établissement d'instruction

publique n'existerait peut-être pas encore, tel qu'il est, si Vous n'en aviez accéléré l'ouverture par l'usage de l'Autorité émanée de notre AUGUSTE SOUVERAIN*, et par la certitude d'en seconder les vues. Dès ce moment votre Nom retentit dans cette enceinte même, au milieu de la reconnaissance et des applaudissemens, et nous désirâmes tous que les accens interprètes de nos sentimens, pussent voler sur les bords de la Parme. Mais aujourd-hui, qu'un sort favorable Vous a conduit parmi nous, n'est il pas juste que Vous veniez recueillir Vous même un tribut encore plus doux que les applaudissemens; les prémices d'un fond qui menaçait de devenir stérile, si des nouveaux colons n'étaient*

venus sous vos auspices en seconder et en diriger la fécondité naturelle?

Si pourtant les Sciences et les Arts qui par vos soins habitent encore leur ancien séjour, ne concourent point tous à la célébrité de cet acte, c'est uniquement pour ne point dérober au bien public une trop grande portion de votre tems. Mais dans ce pénible devoir, ce ne sont point les moins utiles, mais les plus modestes, qui cèdent la place à l'Idéologie, à la Mathématique et à la Physique, comme à celles que le goût dominant du siècle honore d'une faveur plus déclarée. Il est à croire cependant que les Belles-Lettres auraient voulu ou disputer ou partager du moins cette distinction, accoutumées, ainsi qu'elles le sont

depuis long-tems, à célébrer le mérite et à le couronner de justes éloges. Mais il n'est plus cet homme estimable, connu et chéri même de Votre Excellence, la main duquel les conduisait ici se montrer dans toute leur pompe. Et, par une suite de circonstances imprévues, celui qui est destiné à nous consoler de sa perte, n'est pas encore en état de le faire. Il n'y aura donc que l'Idéologie, la Mathématique et la Physique, qui paraîtront devant Vous; encore ne sera-ce point sans crainte. Vous savez qu'il n'y a que quelques mois qu'elles font entendre ici leur voix pour la nouvelle instruction de notre jeunesse; ainsi elles ne peuvent donner dans cet exercice, que le résultat des premières notions élémentaires:

notions les plus essentielles sans doute, mais aussi les moins agréables et les moins dignes de Vous.

Qu' un de vos regards cependant les ranime. Et puissent ces premiers fruits qu' elles Vous présentent, être agréés de Vous, et Vous engager à revenir souvent voir par Vous même le terrain qui les a produits, et qui ayant ressenti avant tout autre l' efficacité de votre faveur, devrait être, nous voulons bien nous en flatter, le terrain de votre prédilection. J' ajouterai qu' un Homme d' État, tel que Votre Excellence, ne peut que regarder comme très précieux un établissement consacré à la Réligion, aux Sciences et aux Arts, c'est-à-dire, à la sûreté, à l'utilité et aux agrémens de la Société.

AVERTISSEMENT.

Les Élèves, qui paraissent à cet exercice, se chargent de repondre, chacun pour les objets auxquels il a été appliqué, à toute demande qui sur les propositions ci-jointes leur viendra des personnes qui daigneront honorer de leur présence cet examen.

NOMS DES ÉLÈVES

QUI SE PRÊTENT A' CET EXAMEN

POUR LA IDÉOLOGIE

JACINI JEAN-BAPTISTE
PIATTI CAMILLE
BALOTTA JOSEPH
PLATONI CAJETAN
PICCOLI FRANÇOIS

POUR LES MATHÉMATIQUES

AFFATICATI ANNIBAL
ROSSI FRANÇOIS
VALLA JOACHIM
CAVALLARI VINCENT
BUONORA JEAN-DOMINIQUE

POUR LA PHYSIQUE

BOLDRINI JEAN-FRANÇOIS
LABADINI JOSEPH
SALATI HENRI
ROSSI PAUL
MAGGI HIACINTHE

HIACINTHE MAGGI *ne pouvant pas, à cause de maladie, paraître à cet exercice, y paraîtra à sa place* ANTOINE CALCEATI.

DE L'IDÉOLOGIE.

Bacon a dit et Condillac l'a répété que comme l'art de mouvoir de grandes masses a ses lois dans les facultés du corps et dans les léviers dont nos bras ont appris à se servir, l'art de penser a les siennes dans les facultés de l'ame, et dans les léviers dont notre esprit a également appris à se servir. C'est le développement de ces mêmes facultés, que nous avons extrait de nos leçons Philosophiques, et choisi pour sujet du présent exercice, en espérant d'exciter quelque plaisir par l'intérèt qui est attaché à la contemplation de l'esprit faite par l'esprit même. Cependant on n'aura ici que la suite des propositions principales, qui nous dirigèrent dans ce développement.

I. La nature de l'ame nous est inconnue, il faut donc commencer par l'examen de ses facultés, que ses opérations nous décèlent. On en distingue cinq, qui peuvent se regarder comme capitales, et qui sont 1. La faculté de sentir; 2. Celle d'attendre qui comprend aussi la contemplation et la réflexion; 3. Celle de se souvenir qui embrasse l'imagination; 4. Celle de vouloir; 5. Enfin celle d'opérer.

II. La première faculté est celle de sentir les

impressions qui se font sur nous, mais elle ne peut jamais s'exercer sans les objets extérieurs qui causent ces impressions, et sans les organes correspondans de l'odorat, du goût, de la vue, de l'ouie et du toucher, qui les reçoivent.

III. Pour que les impressions extérieures aient leur effet, elles doivent se porter au cerveau, et cela est démontré par beaucoup d'observations.

IV. C'est donc dans le cerveau, que l'on doit mettre le *sensorium commune:* c'est là qu'on a placé le principe qui sent, et que nous appellons *Ame*, dont on connaît la simplicité par la suite de l'analyse. On ignore à quelle partie du cerveau ce siège appartient: on ignore même la manière dont les impressions lui sont portées par les nerfs.

V. On voulut expliquer la dernière par différentes hypothèses ou d'un fluide électrique répandu dans les nerfs, ou des esprits animaux, ou d'un ébranlement semblable à celui d'une corde tendue. Mais ici, où il n'y a pas d'expériences bien sûres, une réserve douteuse est plus louable qu'une décision hardie.

VI. Que chacun opine dans ces articles comme il lui plaît: il devra pourtant avouer, qu'existant une admirable harmonie entre certains mouvemens du corps et certaines perceptions de l'ame, celle-ci ne peut pas être niée lorsqu'on la regarde comme un fait. Ici la certitude arrive: au de-là il n'y a que ténèbres, car on ne conçoit pas de quelle façon deux

substances tout-à-fait différentes dans leur nature agissent mutuellement sur elles ; et de plus les auteurs des systèmes bâtis pour cela s' en débarassent, en ôtant la dépendance réelle entre le corps et l' ame, ou en usant de termes obscurs, qui décèlent l' obscurité de leurs idées.

VII. Lorsqu' un objet, qui fait impression sur nos sens, peut se regarder sous différens rapports, il peut produire dans l'ame des idées ou des perceptions différentes. Si l' ame s' arrête à une seule comme si celle-ci fût détachée des autres, on dit qu' elle attend.

VIII. Cette faculté consiste dans la concentration de l'ame dans une seule idée, qu' on abstrait des autres coexistantes. La cause la plus générale d' une telle concentration est le plus proche rapport de cette idée avec notre bien-être. Néanmoins il faut avouer que parmi tant de sensations qui se font à-la-fois, elle est toujours ou presque toujours libre de s' arrêter sur la moins vive.

IX. Ainsi la sensibilité, et la force d'attendre diffèrent entr' elles, comme deux forces dont l' une soit passive, et l' autre active. Par conséquent on doit accuser d' erreur tous ceux qui ont négligé de distinguer l'attention d' une sensation plus forte qui en est l' effet inséparable.

X. Deux illustres Philosophes Robinet, et Bonnet voulurent expliquer, de quelle manière l'attention produit l'accroissement de vivacité dans les idées;

mais leurs explications rencontrent de grandes difficultés, qui sont exposées par Draghetti.

XI. Il arrive souvent qu'on continue à retenir quelques idées après l'éloignement des objets. Cette attention poursuivie se nomme *contemplation*. Elle imprime dans l'âme les idées avec plus de force.

XII. Mais il est très-difficile de l'exercer dans les sensations considérées comme nos simples modifications, et non pas rapportées aux objets dont elles dérivent, par ex. les odeurs, la chaleur, le froid etc. Au contraire elle est facile dans toutes celles que nous transportons toujours hors de nous, c'est-à-dire, les couleurs, les sons etc. Les premières disparaîssent bientôt, les autres sont fermement retenues.

XIII. Cette différence a été différemment expliquée par les Philosophes. Quelques uns la font dépendre de la diverse mobilité des fibres, qui composent les organes: quelques autres la retrouvent dans l'habitude contractée de recevoir plus d'une manière que d'une autre le genre varié des impressions.

XIV. On doit remarquer qu'une attention trop continue sur le même objet engendre la lassitude, et puis la douleur. C'est une autre preuve que le mouvement des fibres du cerveau est toujours joint avec elle.

XV. L'attention transportée successivement, et répliée, pour ainsi dire, sur les côtés d'un objet, devient réflexion. On peut donc appliquer à celle-ci

tout ce qui est annoncé de l'attention, car le changement du nombre dans les idées n'est point capable d'en changer l'action. Néanmoins quelques Philosophes ont défini la réflexion diversement, et parmi eux, il y en a qui en étendirent, ou en resserrèrent trop la signification.

XVI. L'ame peut réfléchir sur elle même, et envisager ce qui lui arrive lorsqu'elle est modifiée par des sensations. Delà vient la différence des idées directes et réfléchies, qui étendent beaucoup la sphère de nos connaissances.

XVII. Les facultés de sentir, et d'attendre seraient présqu'inutiles, si étant cessée l'impression actuelle, il n'en restait aucune trace. C'est pour cela, que nous avons reçu une autre faculté, par la quelle il nous est permis de dominer sur les impressions passées, en les rappellant. Celle-ci est nommée mémoire, et consiste dans le pouvoir de réveiller les idées passées, et d'en reconnaître l'ancien aspect.

XVIII. La mémoire a ses dégrés, et suivant la nature des autres habitudes, elle peut acquérir plus de perfection et de facilité par la répétition fréquente de ce, qu'on veut apprendre par cœur. On la nomme grande, fidelle, vive et heureuse selon les rapports dont on l'envisage, et les qualités qui lui appartiennent, et qui peuvent être beaucoup changées par l'âge et les maladies.

XIX. Deux phénomènes particuliers s'observent

dans la mémoire, celui de la réproduction, et celui du reconnaissement des idées. Le premier qui donna lieu à tant d'étranges opinions a été éclairci par la doctrine ingénieuse des fibres attribuées à chaque idée particulière.

XX. Pour le reconnaissement on en trouve l'explication naturelle dans la liaison des idées.

XXI. Mais d'où vient-elle la liaison des idées? De l' attention, qu' on leur a prêtée, répond Condillac, puis des rapports de ressemblance, de contiguité du lieu, et du tems, et enfin de causalité entre les idées jointes ensemble.

XXII. On augmente de plus en plus la mémoire avec l' usage des sens, et les actes répétés. Cet art nommé *Mnémonique* fut cultivé par les anciens beaucoup plus qu'à présent, et les préceptes qu' ils nous en donnèrent, sont très-utiles.

XXIII. Il nous arrive souvent d'ajouter ou de soustraire quelque chose aux idées réveillées, ou de les modifier d' une façon tout-à-fait différente. Voila l' imagination dont on comprend aisément les rapports très étroits avec la mémoire.

XXIV. C' est à elle, que l' éloquence, la poésie, et en général les beaux-arts doivent la principale, et la plus féconde origine de leurs beautés.

XXV. Sa force est si grande, qu'il faut en user avec réserve pour éviter les erreurs, où tombent ceux qui sont maîtrisés par elle.

XXVI. Pour l' évidence avec laquelle on nous présente les idées réveillées dans les songes, ceux-ci ont un lien très étroit avec l' imagination. Les phénomènes, qui sont admirés dans ceux qui parlent ou qui se promènent en rêvant, ont l' explication naturelle dans la liaison des idées.

XXVII. Aprés que les facultés surnommées qui forment l' intelligence, sont assez développées, on commence l' exercice de la volonté, savoir de cette force, que nous avons de nous déterminer à embrasser ou à fuir quelque chose, et à choisir l' une plutôt que l' autre. Elle est une faculté trés noble, sur laquelle on avança tant de propositions hardies, qui furent désavouées par les plus savans Philosophes.

XXVIII. Mais les sens regardés comme ministres des impressions extérieures occasionnent le développement des forces intelligentes; les sens mêmes regardés comme ministres des impressions agréables ou désagréables servent à exercer la volonté humaine, qui se détermine toujours pour jouir d' un plaisir ou pour fuir une douleur.

XXIX. Plaisir ou douleur, qui causent appétition ou aversion sont les moteurs principaux de notre volonté. On parla beaucoup de leur nature, et si le sujet n' a pu se conduire à la dernière évidence, on a du moins établi des théories très-utiles.

XXX. Mais quoi dire de ceux qui pour chaque classe de plaisirs inventèrent autant de fibrilles,

qu' on leur assigna particulièrement ? C' est multiplier les êtres sans nécessité.

XXXI. Le plaisir, et la douleur ne sont jamais séparés de quelques affections de l'âme qu' on appelle passions, et qui se réduisent à l'amour, et à la haine. La nature humaine ne peut subsister sans elles, et celui est vraiment sage, qui les ressentant en sait modérer l' excès.

XXXII. L' homme mu par le plaisir, et la douleur ne peut avoir un exercice plein, et parfait de sa volonté, s' il n' acquiert les notions de la droiture, et de la justice.

XXXIII. Du reste quoiqu'on en ait déjà obtenu le parfait exercice, les passions, et la raison s'attachent au combat, pour lequel on plie d'un côté ou de l'autre. Cependant on sent en soi-même le pouvoir d' embrasser l'un des deux à son gré, de sorte que lorsqu' on choisit un parti, celui-ci pourrait être abandonné pour suivre le contraire. Voilà la liberté qu'on soutient par conscience, et par consentement universel contre les efforts des audacieux qui l'ont niée.

XXXIV. On appelle activité la force que a l'ame d' opérer au dedans, et au dehors d' elle-même. Elle en use dans toutes les facultés ci-devant nommées à la réserve de la sensibilité ; et elle l' exerce sur le corps, en excitant en lui des mouvemens divers.

XXXV. C'est des cinq facultés principales, qu'on a jusqu'ici parcouru, qu'on voit naître la conscience

de nos modifications, et de notre personnalité, la comparaison, le jugement, l'acte d'abstraire et de généraliser les idées. Celles-ci dérivent surtout de la réflexion.

XXXVI. C'est d'elle aussi que dérivent les habitudes, qui par l'étonnante vîtesse d'opérer donnent lieu de croire qu'il y a un instinct. Mais l'observation a présqu' entièrement dissipé cette opinion, qui a été soutenue par beaucoup de Philosophes.

XXXVII. Des facultés de l'ame on passe a en déduire la nature. Le phénomène du jugement, c'est-à-dire de la comparaison de deux idées, qu'on voit ensemble, et distinctement, démontre qu'il est simple comme on a déjà annoncé.

XXXVIII. Le matérialisme est donc indigne d'un Philosophe, qui raisonne, et ceux qui le soutinrent n'avoient point analysé exactement nos pensées.

XXXIX. Si elle est simple, elle ne peut pas être detruite par une force finie : la volonté du Créateur pourrait seulement en causer la destruction. Mais la bonté, et la justice, qui lui sont propres, s'y opposent, par conséquent il faut la croire immortelle.

XL. Cette verité, qui a été reconnue par les Payens mêmes, épouvante les coupables par la vue d'une calamité perpétuelle, et console le juste par la riante espérance d'un bonheur chéri et intarissable.

DE LA MATHÉMATIQUE ÉLÉMENTAIRE.

Les Élémens du calcul numérique, et littéral, comparés avec les autres branches des mathématiques, paraîtront, peut être, des objets de bien peu de considération, et presqu' indignes des regards du Géomètre qui mesure l' étendue des Cieux, ou de l' Analyste qui calcule l'infini. C'est pour cela que nous aurions bien souhaité de pouvoir exposer des théories plus importantes, et plus capables de charmer l' esprit des auditeurs. Mais le peu de temps que nous nous sommes adonnés à ces études, nous empêche de franchir ces bornes. Néanmoins que l' on réfléchisse que les trafics journaliers ne pourraient subsister sans le calcul numérique, et que le calcul littéral est le fondement de toute l'analyse, à laquelle l'esprit humain doit tant de merveilleuses découvertes; et alors on passera facilement du mépris à cette considération qui apprécie les causes par les effets. Appuyés de ces ré-

flexions, nous allons donner au public ces vérités simples et élémentaires, et nous nous flattons que ceux aussi, qui se sont élévés aux plus hautes spéculations de ces sciences, voudront bien leur donner quelqu' attention ; ainsi que quelque fois on se plait du sommet des montagnes de regarder la plaine, et de mesurer des yeux le chemin qu' on a parcouru.

DE L'ARITHMÉTIQUE.

I. L'Arithmétique est la science des nombres.

II. Notre numération actuelle est fondée sur le système décimal.

III. Méthode pour énoncer un nombre qui est écrit en chiffres, et pour écrire un nombre d'après son énoncé.

IV. Ce que c'est que le nombre *abstrait*, et le nombre *concret*.

OPÉRATIONS FONDAMENTALES DE L'ARITHMÉTIQUE SUR LES NOMBRES ENTIERS.

DE L'ADDITION.

V. Règle générale pour faire l'addition.

VI. *Problême*. On veut ajouter ensemble les nombres 527, 3519, 8912, 80.

DE LA SOUSTRACTION.

VII. Règle générale pour faire la soustraction.

VIII. *Problême*. On propose de retrancher 24983 de 812002.

IX. L'addition sert de preuve à la soustraction, et la soustraction à l'addition.

DE LA MULTIPLICATION.

X. Règle générale de la multiplication.

XI. *Problême.* On cherche le produit de 956 multiplié par 6, de 764 par 300, de 5032 par 307.

XII. Dans toute multiplication, le multiplicateur est toujours un nombre *abstrait*, et le produit est de la même nature que le multiplicande.

DE LA DIVISION.

XIII. Règle générale de la division.

XIV. *Problême.* On veut diviser 144 par 3, 16512 par 344, et 147475 par 362.

XV. La division, et la multiplication se servent mutuellement de preuve.

XVI. Ces deux opérations peuvent aussi se vérifier avec la preuve (qu'on appelle) par 9.

XVII. Cette preuve est fondée sur ce principe général, que le reste qu'on obtient en divisant un produit par quelque nombre que ce soit, est toujours égal au reste du produit des restes des facteurs; en divisant ce produit, et les facteurs par le même nombre par lequel on divise le produit total.

XVIII. On à préféré le 9 aux autres nombres

parce qu'on obtient toujours le reste de la division de tout nombre par 9, en ajoutant ensemble les chiffres du nombre donné, comme s'ils ne contenaient que des unités simples, et retranchant 9 à mesure qu'il se trouve dans la somme.

XIX. Cette vérification néanmoins peut être fautive dans trois cas.

DES FRACTIONS.

XX. Les fractions naissent de la division.

XXI. De deux fractions qui ont le même dénominateur, la plus grande est toujours celle qui à le numérateur plus grand; et *vice-versa* de deux fractions qui ont le même numérateur, celle là est toujours la plus grande qui a le numérateur plus petit.

XXII. On ne change point la valeur d'une fraction quand on en multiplie, ou divise les termes par un même nombre. D'où l'on voit que la même fraction peut être exprimée d'une infinité de manières.

XXIII. Pour réduire au même dénominateur plusieurs fractions, il faut multiplier les deux termes de chacune par le produit des dénominateurs des autres.

XXIV. On veut réduire au même dénominateur les fractions $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{1}{8}$.

XXV. Règle générale de l'addition des fractions, et des entiers joints à des fractions.

XXVI. *Problême*. On veut ajouter ensemble 1.° les fractions $\frac{5}{8}$, $\frac{2}{11}$, $\frac{1}{4}$. 2.° 7, 2 $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{9}$.

XXVII. Règle générale de la soustraction des fractions, et des entiers joints à des fractions.

XXVIII. *Problême*. 1.° De $\frac{3}{8}$ on veut retrancher $\frac{2}{11}$; 2.° De 7 $\frac{2}{5}$ on veut retrancher 3 $\frac{1}{2}$.

XXIX. Règle générale pour multiplier une fraction par une autre fraction, ou par un nombre entier.

XXX. *Problême*. On veut multiplier 1.° $\frac{5}{9}$ par $\frac{7}{11}$. 2.° $\frac{3}{7}$ par 5.

XXXI. La multiplication des fractions équivaut à une division.

XXXII. Règle générale pour diviser une fraction par une fraction, ou par un nombre entier.

XXXIII. *Problême*. On veut le quotient de $\frac{3}{7}$ divisée par $\frac{2}{5}$, de $\frac{7}{9}$ divisée par 6.

XXXIV. La division d'une fraction par une fraction donne toujours un quotient, qui est plus grand du dividende, et pour cela cette opération équivaut à une multiplication.

XXXV. Chaque opération qu'on fait sur les fractions se vérifie avec sa contraire.

RÉDUCTION DES FRACTIONS A' LEUR PLUS SIMPLE EXPRESSION.

XXXVI. Ce que c'est qu'un nombre *premier*.

XXXVII. Quelles sont les fractions qu'on appelle *irréductibles*.

XXXVIII. Caractères auxquels on reconnait les nombres divisibles par 2, par 3, par 5, par 6, par 9, par 10, par 18.

XXXIX. Comment on se sert de ces propriétés des nombres pour réduire une fraction à sa plus simple expression.

XL. Cette méthode n'est pas toujours suffisante pour réduire une fraction à sa plus simple expression.

XLI. Méthode générale pour réduire une fraction à sa plus simple expression, ou recherche du plus grand commun diviseur des termes d'une fraction.

XLII. *Problême*. On veut réduire à sa plus simple expression la fraction $\frac{91}{294}$.

DES FRACTIONS DÉCIMALES.

XLIII. La nature du dénominateur de ces fractions, fait d'elles une espèce particulière de fractions.

XLIV. Toute fraction décimale peut être écrite comme un nombre entier.

XLV. On ne change pas la valeur d'une expression décimale en mettant à sa suite un, ou plusieurs zéros.

XLVI. On peut toujours simplifier une expression décimale. Attention qu'il faut avoir dans cette opération.

XLVII. Règle générale de l'addition des décimales.

XLVIII. *Problême*. On veut ajouter ensemble les nombres 19, 35, 0, 3, 84, 5 et 110, 023.

XLIX. Règle générale de la soustraction des décimales.

L. *Problême*. On veut retrancher 1.° 0, 3697 de 0, 62,: 2.° 0, 976 de 18.

LI. Dans les expressions décimales selon qu'on recule la virgule vers la droite, ou qu'on l'avance vers la gauche, on multiplie, ou divise ces expressions par un nombre qui contient autant de zéros que sont les rangs dont on a reculé, ou avancé la virgule.

LII. Règle générale pour multiplier un nombre décimal par un nombre décimal, ou par un nombre entier.

LIII. Tous les produits des décimales doivent contenir autant de chiffres décimaux qu'en contenaient les facteurs.

LIV. *Problême*. On cherche le produit de 235, 12 multiplié par 15, 032.

LV. Règle générale pour diviser un nombre décimal par un entier, ou un nombre entier par un nombre décimal, et *vice-versa*.

LVI. *Problême*. 1.° On a 0, 593 à diviser par 6; 2.° 45 par 13, 723; 3.° 0, 432 par 0, 4.

LVII. Les preuves pour les décimales sont les mêmes que pour les entiers.

RÉDUCTION DES FRACTIONS ORDINAIRES EN DÉCIMALES OU EXACTEMENT OU PAR APPROXIMATION.

LVIII. Toute fraction ordinaire peut être convertie en fraction décimale.

LIX. Évaluer en décimales les fractions ordinaires $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$.

LX. Dans cette opération le plus souvent on ne peut pas évaluer rigoureusement par des décimales les fractions proposées.

LXI. Cela tient a ce que le dénominateur des fractions proposées n'est pas un diviseur exact, savoir un sous-multiple de quelqu'un des nombres 10, 100, 1000 etc.

LXII. *Problême*. On veut évaluer en décimales les fractions ordinaires $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{11}$, $\frac{7}{37}$, $\frac{1}{7}$.

LXIII. Dans les décimales que l'on obtiendra dans ces évaluations un certain nombre de chiffres reviendra toujours dans le même ordre, et pour cela on appelle ces expressions des fractions *périodiques*.

LXIV. Le dénominateur des fractions ordinaires marque toujours la *limite* plus reculée du retour des mêmes chiffres dans ces expressions.

LXV. On peut toujours passer d'une fraction décimale périodique à la fraction ordinaire dont elle dé-

rive, soit que la période commence au premier chiffre, soit qu'elle ne commence qu'après quelque chiffre.

LXVI. *Problême*. On demande les fractions ordinaires qui ont donné naissance aux fractions périodiques 0,888 .... 0,3737 ... 0,189189... 0,0324324 ... 0,522727 .....

DES NOMBRES COMPLEXES.

LXVII. Règle générale de l'addition des nombres complexes.

LXVIII. *Problême*. On demande d'ajouter ensemble $345^{l.}$ $18^{s.}$ $9^{d.}$: $242^{l.}$ $16^{s.}$ $11^{d.}$: $73^{l.}$ $19^{s.}$ $8^{d.}$

LXIX. Règle générale pour faire la soustraction des nombres complexes.

LXX. *Problême*. De $100^{toi.}$ on veut retrancher $7^{toi.}$ 4^{pieds} $5^{pou.}$ $11^{lig.}$ $8^{poi.}$.

LXXI. La soustraction des nombres complexes se vérifie avec l'addition, et l'addition avec la soustraction.

LXXII. Parmi les diverses méthodes dont on peut se servir dans la multiplication des nombres complexes, celle des *parties aliquotes* est, le plus souvent, la meilleure.

LXXIII. *Problême.* On veut savoir combien de livres il faudra pour payer $32^{toi.}$ $5^{pie.}$ $8^{pou.}$ d'un certain ouvrage, en supposant qu'une toise du même ouvrage coûte $22^{liv.}$ $16^{s.}$ $8^{d.}$.

LXXIV. La diversité des subdivisions de chaque

unité principale ne permet pas qu'on puisse renverser l'ordre des facteurs dans la multiplication des nombres complexes.

LXXV. Règle générale de la division des nombres complexes.

LXXVI. *Problême.* On veut savoir combien de toises d'un certain ouvrage on pourra payer avec $1689^{liv.}$ $17^{s.}$ $6^{d.}$ sachant qu'une toise coûte $36^{liv.}$ $15^{s.}$

LXXVII. *Problême.* Un ouvrier, travaillant $10^{j.}$ $7^{h.}$ a gagné $112^{liv.}$ $16^{s.}$, on demande son gain journalier ?

LXXVIII. La multiplication, et la division des nombres complexes se servent mutuellement de preuve.

NOUVEAU SYSTÈME MÉTRIQUE.

LXXIX. Toutes les diverses unités de mesures de ce système se rapportent au métre.

LXXX. Le calcul de ces mesures se fait précisément comme celui des décimales.

LXXXI. Le métre d'une certaine étoffe coûte $14^{fr.}$, 53 ; l'on demande le prix d'une pièce contenant $34^{mè.}$ 26. ?

LXXXII. *Problême.* Ayant payé pour $19^{mè.}$, 13 d'étoffe $315^{fr.}$, 46 : on demande à combien revient le métre.

LXXXIII. Connaissant les rapports des mesures anciennes aux mesures nouvelles, et réciproquement,

on pourra toujours convertir les unes dans les autres.

LXXXIV. *Problême.* 1.° On veut savoir combien de métres font 7 de nos bras marchands; sachant, que le rapport entre notre bras marchand et le métre est exprimé par $\frac{27}{40}$. 2°. On demande combien de livres de Parme font 23$^{fr.}$; sachant, que le rapport entre le franc et la livre de Parme est exprimé par $\frac{81}{20}$.

DE L' ALGÈBRE.

LXXXV. L'Algèbre apprend à calculer les grandeurs considérées en général.

LXXXVI. Règle générale de l'addition algébrique.

LXXXVII. *Problême.* On veut ajouter ensemble les trois polynomes : $3a - 2b + 4c - 8d$, $- 8a + 7b - 5c + 4d$, $3a - 4b + 6h$.

LXXXVIII. L'addition des quantités algébriques n' est qu' une *réduction*.

LXXXIX. Règle générale pour faire la soustraction algébrique.

XC. *Problême.* On veut retrancher $4a - 5b + 9c$ de $6a - 4b + 5c$.

XCI. Dans la soustraction algébrique la différence peut être plus grande que chacune des quantités sur lesquelles on a opéré.

XCII. Dans toute multiplication algébrique le produit est toujours positif, lorsque le signe des facteurs est égal, il est négatif, lorsque les facteurs ont des signes contraires.

XCIII. Démonstration générale du théorème précédent.

XCIV. Règle générale pour les coefficiens, et pour les exposans dans toute multiplication algébrique.

XCV. *Problême.* On demande le produit des deux facteurs $(5am^3 - 7b^2 n^2)$ $(3n^2 - 2bc)$.

XCVI. Dans toute division algébrique on se propose toujours de trouver une quantité qui étant multipliée par le diviseur, réproduise le dividende.

XCVII. Lorsqu' on a à diviser deux polynomes, il faut toujours *ordonner* leurs termes par rapport à une même lettre.

XCVIII. Si le dividende et le diviseur ont le même signe, le quotient aura le signe $+$; si, au contraire, ils ont différens signes, le quotient aura le signe $-$.

XCIX. Règle générale touchant les coefficiens, et les exposans dans la division des quantités algébriques.

C. *Problême.* On veut diviser $-2a^2 b + a^3 + 3ab^2 - b^3$ par $- 2ab + a^2 + b^2$.

CI. Chaque opération sur les quantités algébriques se vérifie avec sa contraire.

CII. Toute quantité qui a zéro pour exposant vaut 1.

CIII. Toute quantité qui a un exposant négatif marque toujours un quotient, et peut être réduite en fraction, prénant le coefficient de cette quantité pour numérateur, et pour dénominateur cette même quantité avec le même exposant positif.

CIV. La division des quantités algébriques donne naissance aux suites infinies.

CV. Toute fraction qui a un dénominateur polynome, peut se résoudre en serie infinie.

CVI. *Problême*. On veut résoudre en sèries infinies les fractions $\frac{1}{a+b}$, $\frac{1}{a-b}$.

CVII. Tous les termes de la première doivent être tour-à-tour positifs, et négatifs, et ceux de la seconde tous positifs.

CVIII. Ces suites iront en augmentant, ou en diminuant selon que $b > a$, ou $b < a$.

DES FRACTIONS LITTÉRALES.

CIX. On opère sur les fractions algébriques, excepté ce qui tient aux signes, précisément comme sur les fractions arithmétiques.

CX. Les fractions algébriques se réduisent à leur plus simple expression au moyen du plus grand commun diviseur des termes des fractions proposées.

CXI. On ne change rien au plus grand commun diviseur de deux quantités, lorsqu'on multiplie, ou

divise l'une des deux par une quantité qui n' est point facteur de l'autre.

CXII. *Problême.* Trouver le plus grand commun diviseur, c'est-à-dire, réduire à sa plus simple expression la fraction $\frac{4a^2b - 5ab^2 + b^3}{3a^3 - 3a^2b + ab^2 - b^3}$.

CXIII. Démonstration générale de le méthode qui sert à trouver le plus grand commun diviseur de deux quantités.

DE LA FORMATION DES PUISSANCES, ET DE L'EXTRACTION DES RACINES DES QUANTITÉS ALGÉBRIQUES.

CXIV. Toute puissance *paire* est positive; toute puissance *impaire* a le signe de sa racine.

CXV. Le quarré d' un binome renferme trois termes, le cube quatre, et en général la puissance n renferme $n + 1$ termes.

CXVI. Les puissances des *trinomes*, des *quadrinomes* etc. se déduisent facilement des puissances correspondantes d' un binome.

CXVII. *Problême.* On veut la deuxième puissance du *trinome* $a + b + c$; la troisième du binome $d + m$.

CXVIII. Les puissances du binome nous ser-

vent toujours de règle dans l'extraction des racines correspondantes des quantités littérales.

CXIX. Toute puissance paire peut avoir toujours le double signe ± à sa racine; toute puissance impaire ne peut avoir à la racine que le signe de sa puissance.

CXX. Règle générale pour extraire la racine quarrée des quantités algébriques.

CXXI. *Problême*. On veut extraire la racine quarrée du polynome $a^4 - 16a^2 b + 64b^2$.

CXXII. Règle générale pour extraire la racine cube des quantités algébriques.

CXXIII. *Problême*. On veut extraire la racine cube du polynome $a^3 + 6a^2b + 12ab^2 + 8b^3$.

CXXIV. La même méthode qui sert à extraire les racines de tous les degrés des quantités entières, sert aussi pour les fractions.

DE L'EXTRACTION DE LA RACINE QUARRÉE DES NOMBRES.

CXXV. Le quarré d'un nombre renferme toujours le double des chiffres qu'il avait à sa racine, ou le double moins un.

CXXVI. Le quarré d'un binome littéral apprend les règles, qu'on doit suivre pour extraire la racine quarrée des nombres qui ont plus de deux chiffres.

CXXVII. Règle générale pour extraire la racine quarrée des nombres.

CXXVIII. Le nombre des chiffres de la racine quarrée d' un nombre est toujours égal à la moitié du nombre des chiffres de son quarré, ou à la moitié du nombre des chiffres plus un.

CXXIX. *Problême*. On propose de trouver la racine quarrée du nombre 1012036.

CXXX. Tout nombre qui n' a pas de racine quarrée exacte en nombres entiers, ne peut non plus l'avoir en nombres fractionaires; et pour cela on appelle ces racines *incommensurables*.

CXXXI. On peut cependant en approcher d' aussi près qu'on veut, en convertissant ce nombre en fraction décimale dont le dénominateur soit un quarré.

CXXXII. *Problême*. On demande la racine quarrée du nombre 24 à moins d' un millième.

CXXXIII. Tant que le reste d'une extraction de la racine quarrée sera moindre que le double de la racine, plus l' unité; ce reste ne sera pas trop fort; c' est-à-dire, la racine trouvée ne pourra pas être augmentée de l' unité.

CXXXIV. Démonstration générale du théorème précédent.

DE L' EXTRACTION DE LA RACINE CUBE DES NOMBRES.

CXXXV. Le cube de tout nombre ne peut jamais renfermer plus du triple des chiffres de sa racine.

CXXXVI. Le cube du binome littéral apprend comment on doit se conduire dans l' extraction de la racine cube des nombres qui renferment plus de trois chiffres.

CXXXVII. Règle générale pour extraire la racine cube des nombres.

CXXXVIII. *Problême*. On veut la racine cube du nombre 1367631.

CXXXIX. Tout nombre qui n'est pas un cube parfait, n'a point de racine cube non seulement en nombres entiers, mais encore en nombres fractionaires; et pour cela on dit, que la racine cube de ces nombres est incommensurable.

CXL. On peut cependant approcher de la racine de ces nombres aussi près que l' on veut, en convertissant ces nombres en fractions décimales dont le dénominateur soit un cube.

CXLI. *Problême.* On demande la racine cube de 612 à moins d' un centième.

CXLII. Lorsque le reste de l' extraction d' une racine cube est moindre que trois fois le quarré de la racine, plus trois fois la racine, plus l' unité, la racine trouvée ne sera pas trop faible.

CXLIII. Démonstration générale du théorème précédent.

CXLIV. Ce qu'on dit de l' extraction de la racine quarrée, ou cube des nombres entiers, s' étend aussi aux fractions ordinaires, et décimales.

CXLV. Les racines des fractions sont toujours plus grandes que les puissances correspondantes.

DES ÉQUATIONS.

CXLVI. Ce que c' est qu' une équation.

CXLVII. Les dimensions des inconnues marquent toujours le degré des équations.

DE LA RÉSOLUTION DES ÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ.

CXLVIII. Toute équation du premier degré est résolue, lorsqu'on a dans un *membre* de l' équation l' inconnue seule, positive, sans coefficient, et sans diviseur, et qu' on a rassemblé dans l' autre toutes les quantités connues.

CXLIX. Comment on *dégage* l' inconnue des quantités connues avec lesquelles elle se trouve combinée par addition, ou par soustraction.

CL. Comment on débarasse l' inconnue des multiplicateurs, et des diviseurs qui l' affectent.

CLI. Comment on fait disparaître les signes radicaux, qui affectent l'inconnue.

CLII. Dans tout problème déterminé, il faut qu'il y ait autant d'équations différentes qu'on a d'inconnues.

CLIII. Si l'on a plus d'équations que d'inconnues, pour que la question soit possible, il faut que quelque équation soit *identique* avec quelqu'autre.

CLIV. Quand on a plusieurs équations qui renferment un pareil nombre d'inconnues, pour résoudre le problème, il faut chasser ou *éliminer* successivement les inconnues, pour en déduire une équation qui ne renferme qu'une seule inconnue.

CLV. Première méthode générale pour éliminer les inconnues.

CLVI. Deuxième méthode générale.

CLVII. Ce que c'est que les *solutions négatives.*

DES ÉQUATIONS DU SECOND DEGRÉ.

CLVIII. Ce que c'est que les équations du second degré à deux termes, ou *pures*.

CLIX. Méthode générale pour résoudre ces équations.

CLX. Résolution des équations *complètes* du second degré de la forme générale $x^2 \pm ax \pm b = 0$.

CLXI. Méthode générale pour les ordonner.

CLXII. Méthode générale pour rendre le premier membre de l'équation proposée un quarré parfait.

CLXIII. De l'extraction de la racine quarrée de ces équations.

CLXIV. Toute équation du second degré a toujours deux racines.

CLXV. Caractères auxquels on reconnait si les deux racines sont positives, ou négatives, ou de signe contraire.

CLXVI. Ce que signifient les racines *imaginaires*, et comment elles satisfassent au problême.

CLXVII. Méthode pour résoudre les équations du second degré à plusieurs inconnues, lorsque dans une équation les inconnues ne passent point le premier degré.

CLXVIII. Toute équation de la forme $x^{2m} \pm ax^{m} \pm b = 0$ peuvent se résoudre à la manière de celles du second degré.

PROBLÊMES DU PREMIER DEGRÉ.

CLXIX. Un homme rencontrant des pauvres veut donner 25 centimes à chacun, mais en comptant sa monnoie, il s'apperçoit qu'il lui manque pour cela 10 centimes, alors il ne donne que 20 centimes à chaque pauvre, et il lui reste 25 centimes; on demande combien cet homme avait de monnoie, et quel était le nombre des pauvres?

CLXX. Un chasseur convient avec un de ses camarades de lui donner une somme a lorsqu'il aura

manqué la pièce de gibier qu'il tirait à condition d'en recevoir une somme b s'il la tue. Après un nombre n de coups de fusil il pourra arriver trois cas. Ou les deux chasseurs seront quittes l'un envers l'autre, ou le premier devra au second, ou celui-ci au premier une somme c. On demande d'exprimer dans une même formule le nombre x des coups manqués par le premier chasseur dans chacun de ces cas ?

CLXXI. Des frères partagent le bien de leur père décédé, de la manière suivante. Le premier reçoit 1000 écus et $\frac{1}{6}$ du reste. Le second tire 2000 écus et $\frac{1}{6}$ de ce qui reste. Le troisième prend 3000 écus et la sixième partie de ce qui reste. Or il se trouve à la fin, que le bien a été partagé également entre tous les frères. On demande maintenant de combien etait l'héritage, combien il y avait d'enfans, et combien chacun a reçu ?

CLXXII. Deux courriers, pour aller à la rencontre l'un de l'autre, partent en même temps de deux villes dont la distance est de $100^{\text{K.mè.}}$. Le premier courrier fait $8^{\text{K.mè.}}$ par heure, le second 6. On demande à quel point de la route ces courriers se rencontreront ? Supposons en second lieu, que les deux courriers aillent dans le même sens, et que le second part d'un lieu plus avancè vers le but ou ils tendent l'un et l'autre de $30^{\text{K.mè.}}$; les vîtesses respectives restant les mêmes que dans le cas précédent ; on demande au bout de quel temps le premier joindra le second ?

CLXXIII. Un homme a deux espèces de monnoie : sept pièces de la plus forte espèce avec douze de la seconde, font 288. livres; et 12 pièces de la première espèce avec sept de la seconde font 358. livres. On demande combien vaut chaque espèce de monnoie ?

CLXXIV. Un ouvrier ayant passé 12 jours dans une maison et ayant eu avec lui, pendant les 7 premiers jours, sa femme et son fils, a reçu $46^{fr.}$; il a passé ensuite dans la même maison 8 autres jours, sur 5 des quels il a eu avec lui sa femme et son fils, et il a reçu pour ce tems $30^{fr.}$ On demande combien il gagnait par jour pour sa part, et combien gagnaient ensemble dans le même temps, sa femme et son fils ?

CLXXV. On a mêlé ensemble une certaine quantité d'or, et une certaine quantité d'argent. Tout le mélange fait un volume de 12 pouces cubes, et pèse 100 onces : un pouce cube d'or pése 12 onces $\frac{2}{3}$, et un pouce cube d'argent pèse 6 $\frac{3}{9}$. On demande quelle est la quantité d'or, et quelle est la quantité d'argent qui ont été alliées ?

CLXXVI. On a acheté séparément les charges de trois voitures; la première qui contenait 30 mesures de siegle, 20 d'orge et 10 de froment a coûté $230^{fr.}$; la seconde qui contenait 15 mesures de seigle, 6 d'orge et 12 de froment, a coûté $138^{fr.}$; la troisième qui contenait 10 mesures de seigle, 5 d'orge et 4 de froment, a coûté $75^{fr.}$. On demande à combien revient la mesure de seigle, celle d'orge, et celle de froment ?

CLXXVII. Un homme qui s'est chargé de transporter des vases de porcelaine, de trois grandeurs, a fait ce marché; qu' il payerait autant pour chaque vase qu' il casserait, qu' il recevrait pour ceux qu' il rendrait en bon état. On lui donne d' abord deux petits vases, quatre moyens et neuf grands; il casse les moyens, rend tous les autres en bon état, et reçoit une somme de 28$^{fr.}$. On lui donne ensuite sept petits vases, trois moyens, et cinq grands; cette fois il rend les petits et les moyens, mais il casse les cinq grands et il reçoit seulement 3$^{fr.}$. Enfin on lui remet neuf petits vases, dix moyens et onze grands; il casse tous ces derniers, et ne reçoit en conséquence que 4$^{fr.}$ On demande ce qu' on a payé pour le transport d' un vase de chaque grandeur?

CXXXVIII. Un Capitaine a trois compagnies: l' une est de Suisses, l' autre est de Souabes, la troisième est de Saxons. Il veut donner un assaut avec une partie de ces troupes, et il promet une récompense de 901 écus sur le pied suivant; que chaque soldat de la compagnie qui montera à l' assaut, recevra un écu, et que le reste de l' argent sera distribué également aux deux autres compagnies. Or il se trouve que si les Suisses donnent l'assaut, chaque soldat des autres compagnies reçoit un demi-écu; que si les Souabes vont à l' assaut, chacun des autres reçoit $\frac{1}{3}$ écu; enfin, que si les Saxons donnent l'assaut, chacun des autres reçoit $\frac{1}{4}$ écu. On demande de combien d' hommes était chaque compagnie?

PROBLÊMES DU SECOND DEGRÉ.

CLXXIX. On cherche un nombre dont la moitié multipliée par le tiers, fasse 24?

CLXXX. On cherche un nombre tel, qu'en l'ajoutant à 10, et en le retranchant de 10, la somme multipliée par le reste, ou par la différence, donne 51.

CLXXXI. Trouver un nombre tel que si à son quarré, on ajoute 8 fois ce même nombre, le tout fasse 33?

CLXXXII. On devait partager 175 livres entre un certain nombre de personnes; mais il y en a deux d'absentes, et qui par cette raison, ne doivent pas avoir part. Cette circonstance augmente de 10 livres la part de chaque présent; on demande combien il devait d'abord y avoir de partageans?

CLXXXIII. Trouver un nombre tel que si à son quarrê on ajoute neuf fois ce même nombre, et encore 50, le tout fasse 30.

CLXXXIV. Un Général voudrait ranger une partie de ses troupes en bataillon quarré, mais dans son premier arrangement il se trouve avoir 124 soldats de trop; et ajoutant un soldat ā chaque file il lui en manque 129. Quel est le nombre de ses troupes?

CLXXXV. J'ai imaginé un nombre. Les trois chiffres dont il est composé sont en proportion continue arithmétique. Le premier chiffre surpasse le second de 2; le produit des extrêmes, divisé par le chiffre moyen, est égal au nombre des chiffres.

CLXXXVI. On a employé deux ouvriers, gagnant des salaires différens ; le premier ayant été payé au bout d'un certain nombre de jours, reçut 96$^{fr.}$; et le deuxième ayant travaillé six jours de moins, n'eut que 54$^{fr.}$; s'il avait travaillé tous les jours, et que l'autre eût manqué six jours, ils auraient reçu tous deux la même somme : on demande combien de jours chacun a travaillé, et le prix de sa journée ?

CLXXXVII. La somme de deux nombres est 20, celle de leurs quarrés est 144. Quel sont ces deux nombres ?

CLXXXVIII. J'ai trois nombres qui sont en proportion géométrique continue ; leur somme est 14 ; celle de leurs quarrés est 84: trouver ces trois nombres ?

CLXXXIX. Trouver un nombre dont le quarré-quarré ajouté avec son quarré, fasse 20.

CXC. Décomposer le nombre 6 en deux facteurs, tels que la somme de leurs cubes soit 35.

EXPOSITION MÉTHODIQUE

DES PROPOSITIONS PRINCIPALES

DE STATIQUE.

Les Phénomènes de la Nature ne nous présentent que des résultats des Forces qui sont quelquefois en équilibre entr' elles, et produisent quelquefois le mouvement ou des autres variations dans la matière. Il est donc évident, que la science de l' équilibre et du mouvement des Corps est la base fondamentale de l'Analyse appliquée à la Physique, et que c'est dans cette étude que la Jeunesse doit puiser les notions préliminaires du calcul des lois de la Nature, et l'évaluation des effets qui en résultent. Dans la série des Propositions qui suivent, et qui ne traitent que de l' équilibre des corps solides, on exposera en partie les Principes généraux de cette Théorie importante.

NOTIONS PRÉLIMINAIRES.

I. Définitions des masses, volumes, densités des Corps. Espace, lieu, repos, mouvement. Inertie de la matière. Forces momentanées. Expression de la grandeur, et de la direction d'une force momentanée par une ligne droite. Lois du mouvement qui résultent de l'inertie de la matière. Composition, Résultante, et Équilibre des forces.

STATIQUE

OU

SCIENCE DE L'ÉQUILIBRE

DES CORPS SOLIDES.

II. La résultante d'un nombre quelconque de forces qui agissent suivant une même droite est égale à la somme des forces composantes, prises avec leurs signes.

Si on exprime les composantes par $+P'$, $+P''$ $-P'''$, $+$ ec. on aura la résultante $R = P' + P'' - P''' +$ ec.

En introduisant dans le système une force $-R$ égale et directement opposée à la résultante R, on aura l'équilibre.

III. Quand on fait varier dans le même rapport les seules grandeurs de plusieurs forces en équilibre autour d'un point matériel, l'équilibre n'est pas troublé.

IV. La résultante de plusieurs forces situées dans un même plan, se trouve dans ce plan.

PARALLÉLOGRAMME DES FORCES.

V. La résultante de deux forces homogènes qui concourent simultanèment en un même point sous un angle quelconque, est représentèe en grandeur, et en direction par la diagonale du parallélogramme construit sur les droites qui représentent les deux forces.

Si on exprime les composantes par P', P'', et que soit θ l'angle formé par leurs directions, la résultante sera représentée par la formule

$$R = \sqrt{P'^2 + P''^2 + 2 P' P'' \cos\theta} \quad (A).$$

VI. Lorsqu'on a trois forces en équilibre, une d'entre elles est égale et opposée à la résultante des deux autres; et on peut représenter chaque force par le sinus de l'angle formé par les directions de deux autres.

VII. Si les directions des forces forment un angle droit, la formule (A) donne

$$R = \sqrt{P'^2 + P''^2},$$

ce qui exprime la valeur de la diagonale du rectangle.

Désignons par α l'angle formé par une des composantes par ex. P' avec la résultante R, on aura $P' = R \cos \alpha$; $P'' = R \sin \alpha$.

Décomposition d'une force en deux autres.

VIII. Détermination graphique de la résultante d'un nombre quelconque de forces appliquées en un même point.

Construction de M. Eustachius Zanotti.

IX. La résultante de trois forces appliquées en un même point et placées dans des plans différents est égale à la diagonale du parallélipipéde construit sur les directions des forces.

Décomposition d'une force en trois autres.

X. Déterminer analytiquement la grandeur et la direction de la résultante d'un nombre quelconque de forces qui concourent en un même point, et disposées dans le même plan.

Soient P', P'', P''' ec. les puissances dont les directions forment avec l'axe des x les angles α', α'', α''', ec. : R la résultante qui forme avec le même axe l'angle α. On aura

1.e $P' \cos \alpha' + P'' \cos \alpha'' + P''' \cos \alpha''' + \text{ec.} = R \cos \alpha = X$

2.e $P' \sin \alpha' + P'' \sin \alpha'' + P''' \sin \alpha''' + \text{ec.} = R \sin \alpha = Y$

3.e $R = \sqrt{X^2 + Y^2}$

4.e $\text{tang}\ \alpha = \frac{Y}{X}$

la troisième équation exprime la grandeur de la résultante ; et la quatrième fait connoître sa direction.

Méthode générale pour découvrir les composantes positives et négatives.

THÉORIE DES MOMENS.

XI. On appelle moment d'une puissance le produit de sa grandeur par sa distance à un point, ou à un axe, ou à un plan fixe.

Le moment de la résultante est égal à la somme des momens des composantes.

On appelle momens positifs ceux qui se rapportent aux forces qui tendent à faire tourner dans un sens le point du concours des puissances, et négatifs ceux qui tendent à le faire tourner en sens contraire.

Méthode analytique pour reconnoître les momens positifs et négatifs.

Le moment de la résultante est égal à zero en deux cas : 1.° quand il y a équilibre : 2.° lorsque l'origine des momens est prise sur la direction de la résultante.

DES FORCES PARALLÈLES.

XII. La résultante de deux forces parallèles agit dans le même sens des forces ; est égale à leur somme ; et divise la droite d'application en deux parties réciproquement proportionnelles aux composantes.

Soient P', P'' deux forces parallèles ; R la résultante, p', p'' les segmens de la droite d'application déterminés par la résultante : on aura les équations $R = P' + P''$; $P'p' = P''p''$.

La première détermine la grandeur de la résultante, dont on connait la position par l'autre équation.

XIII. Deux seules forces parallèles appliquées à des différens points d'une ligne droite ne peuvent être jamais en équilibre, quelqu' en soit la distance, et le sens de la direction.

Si les deux forces sont inégales, et agissent dans un sens contraire, il suffit, pour établir l'équilibre, d'introduire une seule force dans le sens de la plus petite.

Mais si les deux forces sont égales et opposées, il faudra introduire deux autres forces pour établir l'équilibre dans le systême.

Décomposition d'une force en deux autres parallèles.

XIV. La somme des momens des forces parallèles, pris avec leurs signes, est égale au moment de la résultante.

Soient P', P'', P''', etc. des forces parallèles : p', p'', p''', etc. les distances à l'origine des momens : R la résultante, et r sa distance à la même origine ; on aura les deux équations

$$R = P' + P'' + P''' + \text{etc.}$$

$$r = \frac{P'p' + P''p'' + P'''p''' + \text{etc.}}{R}$$

La première fait connoître la grandeur de la résultante, et la seconde sa position.

XV. Si on a trois axes, et trois plans ortogonaux, et si on appelle x', y'; x'', y''; $x''' y'''$ etc. les coordonnées du rencontre des puissances paralléles P', P'', P''', etc. avec un desdits plans, par ex: celui des x, y, il y aura équilibre si les trois équations, qui suivent, auront lieu ensemble.

$$P'x' + P''x'' + P'''x''' + \text{etc.} = 0$$
$$P'y' + P''y'' + P'''y''' + \text{etc.} = 0$$
$$P' + P'' + P''' + \text{etc.} = 0$$

XVI. Si il n' y a pas équilibre dans le systême, on désignera par R la résultante, et par x, y les coordonnées du point de rencontre de la résultante avec le plan des x, y, et on aura alors les trois équations

$$R = P' + P'' + P''' + \text{etc.}$$
$$Rx = P'x' + P''x'' + P'''x''' + \text{etc.}$$
$$Ry = P'y' + P''y'' + P'''y''' + \text{etc.}$$

La première de ces équations donne la grandeur de la résultante: les deux autres en établissent la direction au moyen des coordonnées du point de rencontre.

Lorsqu' il s' agit de forces parallèles, il ne suffit pas d' avoir l' équation $R = 0$ pour en déduire l'existence de l' équilibre dans le systême.

XVII. Pour qu' un systême de forces parallèles soit en équilibre autour d' un axe fixe, il suffit, et il est nécessaire, que la somme des momens des forces, par rapport au plan qui passe par cet axe parallèlement aux puissances, soit nulle.

XVIII. Détermination graphique de la résultante d'un nombre de forces quelconque parallèles existantes, ou non, dans un même plan.

Centre des forces parallèles. Ce point est unique dans le systême ; il est même indépendant des directions des forces parallèles par rapport aux points du corps. Il ne change pas de lieu lorsqu'on fait varier proportionnellement les grandeurs des forces.

CENTRE DE GRAVITÉ.

XIX. Action de la Pesanteur sur toutes les molécules de la matière. Les directions de la gravité sont, dans un espace de peu d'étendue, sensiblement parallèles. La résultante des actions de la pesanteur, ou le poids des corps, est proportionnelle aux masses.

Centre de gravité unique dans chaque corps, et invariable; quelle que soit la position des corps respectivement à l'horison.

XX. Tout corps homogéne et symétrique par rapport à un axe, ou à un plan, a son centre de gravité sur cet axe, ou sur ce plan.

Détermination du centre de gravité des corps symétriques et réguliers.

XXI. Trouver le centre de gravité.

1.° Du contour d'un polygone rectiligne quelconque. Construction graphiqne, et solution analytique.

2.° D'un arc de cercle.

3.° De l'aire d' un triangle rectiligne.

4.° De l'aire d'un poligone rectiligne quelconque. Construction graphique, et solution analytique.

5.° D' un secteur, et d' un segment circulaire.

6.° D' une Pyramide triangulaire.

7.° D' une Pyramide quelconque.

XXII. Pour trouver mécaniquement le centre d'inertie, il suffit de suspendre successivement les corps dans deux positions d' équilibre à l' aide de fils verticaux appliqués tour-à-tour en deux points différens de ce corps : le point d' intersection de ces deux fils sera le centre cherché.

STABILITÉ DES CORPS.

XXIII. Un point matériel placé sur un plan fixe, et sollicité par une seule puissance, ne peut rester en repos sans que la direction de la force soit perpendiculaire au plan.

Si la force sollicitante est la pesanteur, le plan doit être nécessairement horisontal.

Lorsqu'il s' agit de plusieurs points qui forment un corps, on recherche deux conditions pour sa stabilité. 1.° que le plan soit horisontal : 2.° que la verticale dirigée par le centre de gravité du corps tombe dans un des points de sa base effective, ou virtuelle.

Un corps ne tombera jamais tant que le pied de la verticale dirigée par son centre de gravitè

sera placé parmi les points de la base horisontale du corps.

Un corps pesant est d'autant plus près de sa chûte que, avec la même base, il est plus élevé et plus incliné à l' horison.

DES PRESSIONS.

XXIV. On appelle pression l' action de la résultante de plusieurs forces sur les points, ou axes fixes, qui en détruisent l' énergie. La réaction de l'axe fixe est égale et opposèe à l'action de la résultante : la recherche des pressions exercées sur les points, ou axes fixes se reduit donc à celle de la résultante d'un nombre donné de forces, et à sa direction par rapport à l' axe fixe.

La grandeur de la pression sur un axe ou plan fixe ne répond qu' à la puissance qui agit perpendiculairement sur l' axe, ou plan fixe.

La pression d' un corps pesant posé sur un plan horisontal est égale au poids du corps.

XXV. Détermination des pressions partielles exercées par un corps qui s' appuye en deux points sur un plan horisontal.

Détermination des pressions lorsqu' on a trois points d' appui qui n' existent pas dans la même ligne droite.

Indétermination du Problême lorsque les trois points d' appui sont placés dans la même droite, ou quand il y en a plus de trois.

MÉTHODE CENTROBARIQUE.

XXVI. Toute surface, ou tout solide formé par la révolution d'une ligne ou d'une surface autour d'un point, ou d'un axe fixe, est égal au produit de cette ligne, ou de cette surface multipliée par le chemin que son centre de gravité a parcouru.

Si on exprime par G la ligne, ou la surface génératrice; par S la surface, ou le solide engendré; par r la distance du centre de gravité de la quantité génératrice au centre, ou à l'axe de rotation : par π le rapport du diamêtre à la circonférence, on aura l'équation générale $S = G \times 2r\pi$.

Application de cette théorie au cylindre droit, au cône droit, et à la sphère.

DES MACHINES.

XXVII. Dans la Théorie des machines on fait d'abord abstraction du frottement, de la roideur des cordes, et de toute espèce d'obstacles, dont on calculera ensuite l'influence.

DES CORDES, OU DES MACHINES FUNICULAIRES.

XXVIII. L'usage des cordes se réduit à transmettre sans variation l'action de la puissance à un point quelconque de l'espace. On appelle tension l'état où se trouvent les cordes dans cette opération.

XXIX. Afin que tant de forces qu'on voudra soient en équilibre autour d'un polygone funiculaire, il faut que, si l'on transporte ces puissances parallèlement à leurs directions pour les appliquer en un même point, elles soient en équilibre.

XXX. La résultante de toutes les forces intermédiaires, appliquées au polygone funiculaire, passe par le point de concours des directions des deux forces extrêmes.

XXXI. Si aux forces momentanées on substitue les actions de la pesanteur exercées sur tous les points du cordon, alors le polygone devient une courbe, qu'on a nommée *Chaînette, ou courbe funiculaire*.

XXXII. On ne peut tendre une corde pesante en ligne droite, si ce n' est verticalement.

XXXIII. Si deux forces P', P'' agissent à l' extrémité d' un cordon passé dans un anneau coulant qui soit sollicité par une troisième puissance P''' en équilibre avec les deux autres, la direction de la force P''' divisera en deux également l'angle formé par les côtés du cordon ; et les deux forces P', P'' seront égales.

XXXIV. Si une corde est courbée sur le contour d' un polygone fixe, et si deux puissances agissent aux extrémités de la corde, il faut, pour qu'il y ait équilibre, que ces deux forces soient égales.

XXXV. Si on connoît les deux points de suspension d' une corde à laquelle est attaché un poids au moyen d' un nœud coulant, déterminer le point

du cordon où se placera le nœud lorsque le système sera en équilibre.

XXXVI. Si aux angles d'un polygone funiculaire régulier sont appliquées des forces en équilibre qui agissent du centre vers le contour, toutes ces puissances sont égales ; tous les côtés du polygone sont tendus également : et la somme des puissances est à la tension des côtés, comme le contour du polygone est au rayon du cercle circonscrit.

DU PLAN INCLINÉ.

XXXVII. Si deux puissances P', P'' sollicitent à-la-fois un point matériel placé sur un plan fixe, et forment par leurs directions les angles θ', θ'' avec le plan ; on aura équilibre, lorsque le plan des deux forces est perpendiculaire au plan donné, et lorsqu'on a l'équation

$$P' \cos \theta' = P'' \cos \theta''.$$

XXXVIII. Supposons que P' soit le poids d'un corps placé sur un plan incliné à l'horison sous un angle ε : l'équation précédente devient

$$P' \sin \varepsilon = P'' \cos \theta''.$$

XXXIX. Si la force P'' employée à retenir le poids P' sur le plan incliné agit horisontalement, on aura alors équilibre si le poids P' est à la force P'' employée horisontalement comme la base du plan est à sa hauteur.

XL. Si la force P' agit dans la direction du plan incliné, il y aura équilibre si le poids du corps est à

la force de direction parallèle au plan incliné, comme la longueur de ce plan est à sa hauteur.

XLI. La direction plus favorable à la puissance pour retenir le poids sur le plan incliné est la direction parallèle à ce plan.

XLII. Un corps posé sur un plan incliné descendra en glissant, lorsque la droite qui passe par son centre de gravité en direction perpendiculaire au plan, passe aussi par la base du corps. Mais si cette ligne passe en dehors de la face qui porte sur ce plan, le corps descendra en roulant jusqu'à ce que ladite normale passe de nouveau par la base, ou face de contact.

Une sphère posé sur un plan incliné descendra, abstraction faite des obstacles, en glissant, non pas en se roulant.

XLIII. Si on retient les dénominations du n.° XXXVII., et si on appelle N la pression exercée par le point matériel sur le plan, on aura

$$N = \frac{P'}{\cos \theta''} \sin \left(\theta' + \theta''\right)$$

XLIV. Si P' représente le poids du corps; ε l'angle d'inclinaison du plan à l'horison, on aura la valeur de la pression

$$N = \frac{P'}{\cos \theta''} \cos \left(\varepsilon - \theta''\right)$$

XLV. Le poids P' du corps, la force P'' qui établit l'équilibre, et la pression N qu'éprouve le plan incliné sont trois forces proportionnelles au cosinus de

l'angle formé par la direction de la puissance avec la longueur du plan; au sinus de l'angle d'inclinaison de ce plan, et au cosinus de l'angle formé par la direction de la puissance avec la base du plan incliné.

XLVI. Si le poids d'un corps soutenu sur deux plans inclinés par deux points de contact, est représenté par le sinus de l'angle que les deux plans font entre eux, la pression exercée sur chacun d'eux est réciproquement proportionnelle aux sinus des angles qu'ils forment avec l'horison.

PLANS INCLINÉS ADOSSÉS.

XLVII. Si deux points matériels disposés sur deux plans inclinés adossés, sont unis par un fil très flexibile, non pesant, et sollicités respectivement par les puissances P', P'' qui forment avec les plans les angles θ', θ'', et avec la base les angles $\alpha' \alpha''$; et si on appelle $\varepsilon', \varepsilon''$ les angles d'inclinaison des deux plans, on aura l'équation d'équilibre

$$P' \cos(\alpha' - \varepsilon') = P'' \cos(\alpha'' - \varepsilon'').$$

XLVIII. Si les forces P', P'' expriment les poids des corps, l'équation précédente devient

$$P' \sin \varepsilon' = P'' \sin \varepsilon''.$$

Ainsi deux poids en équilibre sur deux plans inclinés adossés sont entre eux réciproquement comme les sinus des angles d'inclinaison, ou directement comme les longueurs de ces plans.

XLIX. Si l' équilibre est troublé, les espaces parcourus dans le sens vertical sont en raison inverse des poids des deux corps.

DU LEVIER.

L. Trois espèces de levier. Point d'appui, ou hypomoclion.

LI. Soient deux puissances P', P'' appliquées aux extrémités d'un levier du premier genre : Q', Q'' les poids des bras du levier: p', p'' ; q', q'' les perpendiculaires abaissées du point fixe sur les directions des puissances, et des poids; la condition d' équilibre est exprimée par l' équation

$$P' p' + Q' q' = P'' p'' + Q'' q'' \quad (D).$$

Si les bras du levier sont en équilibre, on a $Q' q' = Q'' q''$, et en conséquence l' équation générale (D) se réduit à $P' b' = P'' b''$. D' où il suit que les puissances sont dans ce cas réciproquement proportionnelles aux bras du levier.

Si les deux bras sont également longs, les puissances P', P'' seront égales.

LII. Lorsque le levier n' est pas retenu par un axe ou un point fixe, il faut alors pour qu'il ne glisse pas sur l'appui, que la résultante soit normale au levier.

LIII. Détermination des conditions d' équilibre, lorsque les puissances n' existent pas sur le plan de rotation du levier.

LIV. Si on suppose que le levier s' appuye par une des extrémités, et qu' on exprime, comme nous venons de le faire, les puissances par P', p'': le poids du levier par Q; les distances des points d' application des forces, et du centre de gravité du levier au point d'appui par p', p'', q, on aura dans cette hypothèse l'équation générale $P' p' + P'' p'' + Q q = o$.

Si la force P'' agit dans la direction de la pesanteur, et P'' en sens opposé, l' équation précédente devient $P' p' = P' p' + Q q$.

Si on a $p' > p'', > q$, l' équation regarde alors le levier du deuxième genre; mais si on a $p' < q''$ l' équation se rapporte au levier de la troisième espèce.

LV. Détermination des pressions sur le point d'appui du levier.

DE LA BALANCE ORDINAIRE.

LVI. La Balance ordinaire est un levier du premier genre. Sa justesse tient: 1.° aux bras également longs et également pesants, en y comptant le poids des bassins: 2.° à la facilité de se remouvoir et de se rétablir ensuite dans la position horisontale.

L' équation d' équilibre pour la balance est (LI).

$$P' = P''.$$

Balances fausses, sourdes et foles.

LVII. Déterminer avec une balance fausse le vrai poids d' une marchandise.

Soit P le poids vrai inconnu de la marchandise ; P', P'' les deux poids donnés par la balance fausse en changeant le poids d' un bassin à l' autre : on aura

$$P = \sqrt{P' P''}$$

c' est-à-dire, le poids cerché est moyen proportionnel entre les deux poids P', P'' qui lui font tour-à-tour équilibre.

LVIII. La pression exercée sur le point fixe, ou axe de la balance est égale à la somme du poids de la machine, et des poids égaux placés sur les bassins.

DE LA BALANCE ROMAINE.

LIX. La Balance Romaine est un levier du premier genre qui sert à peser tous les corps, qu' on suspend à l' un de ses bras, à l' aide d' un poids constant, qu' on applique à l' autre, à une distance convenable de l' axe.

Soient P', P'', P''', etc. les divers poids qu' on suspend successivement sur le bassin de la balance; p', p'', p''' etc. les distances à l' axe du poids constant P qui leur fait équilibre ; b le bras plus court de la balance : on aura les équations

$$p'' - p' = \frac{(P'' - P')b}{P}$$

$$p''' - p'' = \frac{(P''' - P'')b}{P}$$

etc. etc.

Si les poids P', P'', P''' etc. sont en progression arithmétique, on a $p''-p'=p'''-p''=$ etc. c' est-à-dire, les différences entre les distances p', p'', p''' etc. sont égales, et par conséquent les divisions du bras plus long égales entr' elles.

LX. Dans la Balance Romaine la pression exercée sur l'axe est plus petite que dans la balance ordinaire. Dans la Romaine la pression qui résulte des poids est $P+mP$, (m est un nombre entier); et dans la Balance ordinaire la pression est $2\,m\,P > P+m\,P$.

DE LA POULIE.

LXI. On peut regarder la poulie comme une Machine composée d' un levier, et d' une corde passée dans la gorge creusée sur la surface convexe du cylindre. Poulies mobiles et fixes : dans la poulie mobile le cordon a l' une des ses extrémités fixe.

LXII. L' équilibre des poulies exige : 1.° que les puissances appliquées au cordon soient égales : 2.° que les distances des points extrêmes du contact de la corde avec la surface convexe de la poulie à l' axe fixe soient aussi égales. Dans les seuls poulies circulaires on peut toujours obtenir l' équilibre quelque soit la position de la machine.

LXIII. La poulie fixe ne sert qu'à changer la direction des deux puissances P', P'' qui agissent aux extrémités du cordon. Dans le cas d'équilibre on a $P'=P''$.

LXIV. Dans les poulies fixes et mobiles la résultante de deux puissances est égale au double produit d'une d'entre elles par les cosinus de semi-angle formé par leurs directions. Si on appelle R la résultante des puissances P', P'' dont les directions forment l'angle 2θ, on aura l'équation $R = 2P' \cos \theta$.

LXV. Si la poulie fixe est en équilibre la résultante R n'exprime que la pression sur l'axe fixe de rotation : mais dans la poulie mobile la résultante exprime à-la-fois la pression sur l'axe, et la grandeur de la résistance.

LXVI. Lorsque les cordons sont parallèles, on a $\cos \theta = 1$, et $R = 2P'$: ainsi dans la poulie fixe, à cordons parallèles, la pression sur l'axe est égale à la somme des deux forces, c'est-à-dire, au double d'une d'entre elles ; et la puissance P' sera en équilibre avec la resistance R le double plus grande.

LXVII. Dans un système de seules poulies mobiles en équilibre, la force est à la résistance, comme l'unité est à la puissance de 2 marquée par les nombres des poulies, multipliée par le produit des cosinus des moitiés des angles formés, dans chaque poulie, par les directions des cordes.

Soit, par ex:, P la puissance, R la résistance, n le nombre des poulies mobiles; $2\theta', 2\theta'', 2\theta''' \ldots\ldots 2\theta^{(n)}$ les angles formés par les directions des cordes : on aura l'équation d'équilibre

$$R = 2^n . P\left(\cos \theta' \cos \theta'' \cos \theta''' \ldots\ldots \cos \theta^{(n)}\right) \quad (F).$$

LXVIII. Le parallélisme des cordes est la disposition plus favorable pour obtenir l' équilibre avec le *minimum* de force. Dans cette hypothèse l'équation précédente se réduit à $R = 2.^n P$: d' où on voit que la force est à la résistance comme l'unité est à la puissance de 2 marquée par le nombre de poulies mobiles.

LXIX. Si on appelle $r', r'', r''' \ldots\ldots r^{(n)}$ les rayons des poulies mobiles ; $s', s'', s''' \ldots\ldots s^{(n)}$ les cordes des arcs embrassés par les cordons : P la puissance, R la résistance, l' équation précédente (F) devient

$$R = P \times \frac{s'\, s''\, s''' \ldots\ldots s^{(n)}}{r'\, r''\, r''' \ldots\ldots r^{(n)}}.$$

Ainsi dans un système de poulies mobiles en équilibre la puissance est à la résistance comme le produit des rayons des poulies est au produit des cordes des arcs embrassés par les cordons.

Les équations qui suivent, expriment les tensions $t', t'', t''' \ldots\ldots t^{(n)}$ des cordes ;

$$t' = \frac{R}{2 \cos \theta'} ; \; t'' = \frac{R}{2^2. \cos \theta'. \cos \theta''} \ldots\ldots\ldots$$

$$t^{(n)} = \frac{R}{2^{(n)} \cos \theta' \cos \theta'' \ldots\ldots \cos \theta^{(n)}}.$$

LXX. Lorsqu'un système de poulies mobiles passe de l' état d' équilibre à celui du mouvement, le chemin de la force est à celui de la résistance comme la puissance de 2 marquée par le nombre n des poulies est à l' unité.

Si on exprime par S, S' les chemins que la force,

et la résistance parcourent en même temps, on aura $S = 2^n S'$. D'où il suit que ce que l'on gagne du côté de la puissance est perdu du côté du temps.

DES MOUFFLES.

LXXI. Les mouffles sont des assemblages de plusieurs poulies renfermées dans leurs chapes. Mouffles fixes et mobiles. On applique une puissance au bout de la corde, qui passe successivement sur chaque poulie, tandis que l'autre bout est attaché à la chape de la mouffle mobile, ou à celle de la mouffle fixe.

Si, dans le premier cas, on appelle P la puissance, R la résistance : $2\,\beta', 2\,\beta'' \, 2\,\beta''' \ldots\ldots 2\,\beta^{(n)}$ les angles formés par les directions des cordes dans les poulies de la mouffle mobile, b l'angle du dernier cordon avec la verticale : n le nombre des poulies dans la mouffle mobile, on aura l'équation d'équilibre

$$R = P\left(2\cos\beta' + 2\cos\beta'' + 2\cos\beta''' + \ldots\ldots 2\cos\beta^{(n)} + \cos b\right).$$

Dans ce systême la mouffle fixe contient une poulie de plus que la mouffle mobile, et par conséquent l'assemblage des poulies sera exprimé par $2n + 1$.

Dans l'autre systême la totalité des poulies est exprimée par $2n$; et l'équation d'équilibre est

$$R = P\left(2\cos\beta' + 2\cos\beta'' + \ldots\ldots + 2\cos\beta^{(n)}\right)$$

LXXII. Le parallélisme des cordons, et leur di-

rection verticale constituent la disposition plus favorable à la puissance, et les deux équations précédentes deviennent alors

$$R = P\,(2n + 1).$$
$$R = P \times 2n.$$

D'où il suit qu'il y aura équilibre dans les mouffles à cordons parallèles et verticaux, lorsque la puissance est à la résistance comme l'unité est au nombre de toutes les poulies qui se trouvent dans les deux mouffles, une fixe et l'autre mobile.

LXXIII. Pour obtenir le parallélisme des cordons il faut que les diamètres des poulies forment une progression arithmétique, de la poulie plus petite jusqu'à la poulie plus grande ; et que la différence, ou rapport de la progression, soit le diamètre de la poulie plus petite, dont le choix est arbitraire.

DU TOUR.

LXXIV. Description de cette machine. Position horisontale et verticale de l'axe du tour. Applications diverses de la puissance à la machine.

LXXV. Soit P la puissance appliquée à la circonférence de la roue, dont le rayon est p; R la résistance appliquée, parellèlement à la direction de la puissance, à la surface convexe du cylindre, dont le rayon est r; on a l'équation d'équilibre $Pp = Rr$. Ainsi la puissance est à la résistance comme le rayon du cylindre est au rayon de la roue du tour.

LXXVI. Si les cordes, dont on se sert dans le tour, sont d' un diamètre qu' on ne peut négliger, en désignant par p', r' les rayons des cordes attachées à la roue du tour, et au cylindre, on aura l' équation générale d' équilibre

$$P(p+p')=R(r+r'):$$

c' est-à-dire, que la puissance est à la résistance qui lui fait équilibre dans le tour, comme la somme des rayons du cylindre et de la corde, est à la somme des rayons de la corde et de la roue.

LXXVII. Pressions contre les points d'appui du tour. Méthode pour les calculer.

DES ROUES DENTÉES.

LXXVIII. Un systême de roues dentées n' est autre chose qu' une série de tours qui agissent les uns sur les autres.

LXXIX. Les nombres des dents des roues et des ailes des pignons doivent être proportionnels à leurs rayons compris entre les axes et le point qui est au milieu de la longueur des dents.

LXXX. Soit P la force appliquée à la circonférence de la première roue ; R la résistance appliquée au pignon de la roue $n^{\text{ésième}}$: $r', r'', r''', \ldots\ldots r^{(n)}$ les rayons des roues ; $p', p'', p''' \ldots\ldots p^{(n)}$ les rayons des pignons ; on aura

$$P.\ r'.\ r''.\ r''' \ldots\ldots r^{(n)} = R.\ p'.\ p''.\ p''' \ldots\ldots p^{(n)}.$$

par cette équation on voit que, dans tout systême de roues et de pignons en équilibre, la force est à la résistance comme le produit des rayons des pignons est au produit des rayons des roues.

DES TOURS DES ROUES DENTÉES.

LXXXI. Si n exprime le nombre des roues et des pignons; $q', q'', q''' \ldots\ldots q^{(n)}$ les dents des roues; $k', k'', k''' \ldots\ldots\ldots k^{(n)}$ les ailes des pignons en y comptant la dernière roue: M, N les nombres des tours que font en même temps la première roue, dont les dents sont q', et le dernier pignon, dont les ailes sont $k^{(n)}$, on aura l'équation.

$$N\ k'\ k''\ k''' \ldots\ldots\ldots k^{(n)} = M\, q'.\ q''\, q''' \ldots\ldots q^{(n)} \quad (D)$$

Ainsi les nombres de tours de la première roue, et du dernier pignon sont entr' eux comme le produit du nombre des ailes des pignons, est au produit des nombres de dents des roues.

LXXXII. Si dans le rouage il n'y a pas de pignons, mais seulement des roues, alors il faudra regarder les pignons intermédiaires comme transformés en roues respectivement égales à celles du systême; on aura donc

$$k' = q'',\ k'' = q''' \ldots\ldots\ldots k^{(n-1)} = q^{(n)}.$$

Dans cette hypothèse l' équation précèdente (D) devient $N k^{(n)} = M\, q'$. Ainsi le nombre des tours de la

dernière roue est au nombre des tours de la première comme le nombre des dents de celle-ci est au nombre de dents de l'autre.

Dans ce systême les roues intermédiaires ne servent qu' à transmettre l'action de la puissance, et déterminer le sens du mouvement de la dernière roue, et non pas à varier le rapport des vélocités, qui reste toujours le même, quel que soit le nombre des roues intermédiaires.

LXXXIII. *Problême*. Construire un systême de quatre roues et de quatre pignons, et faire en sorte qu' à chaque tour entier de la première roue, la dernière en fasse 2800.?

Si on exprime par 75, 80, 80, 84, les dents des rouès; par 10, 10, 12, les ailes des pignons intermédiaires, le pignon ou la roue extrême aura 12 dents, et dans ce systême les tours des roues extrêmes auront lieu suivant le rapport indiqué. Le Problême est essentiéllement indéterminé.

LXXXIV. *Problême*. Construire un systême de trois roues dentées et de trois pignons, et faire en sorte qu' à chaque tour entier de la première roue, la dernière y employe un an?

Soient: 50, 69, 83, les nombres des dents des roues, 7 et 7 les nombres des ailes des pignons intermédiaires. Si le pignon, ou la roue extrême a 8 dents, le rapport assigné des tours aura lieu, et toute différence n'arrivera pas à $1'' + \frac{1}{4}$.

LXXXV. Des roues dentées à axe oblique et perpendiculaire.

Exposition abrégée du mécanisme des horloges.

Correction de M. Camus dans la construction des tours à grande roue.

DU CRIC SIMPLE ET COMPOSÉ.

LXXXVI. Relation de cette machine avec les roues dentées.

Dans le cric simple en équilibre la puissance est à la résistance comme le rayon du pignon à celui de la manivelle.

La théorie du cric composé rentre dans celle des roues dentées.

DE LA VIS SIMPLE.

LXXXVII. Description de la machine : filet, et pas de la vis : son écrou.

LXXXVIII. Si on appelle P la puissance ; R la résistance ; h le pas de la vis ; r la distance du point d'application de la force à l'axe vertical de la vis ; π le rapport du diamètre à la circonférence : l'équation d'équilibre pour cette machine sera

$$P . 2 r \pi = R h .$$

Ainsi la puissance est à la résistance comme le pas de la vis est à la circonférence que la force tend à décrire.

LXXXIX. Si la machine passe de l'état de repos à celui du mouvement, les chemins de la puissance et de la résistance sont entr' eux comme la circonférence dont le rayon est r, est au pas de la vis.

XC. Conditions d' équilibre, dans une vis inclinée à l' horison.

DE LA VIS SANS FIN.

XCI. Soit P la puissance qui agit à la distance a à l'axe de la vis sans fin, dont le pas soit h; R la résistance appliquée au pignon de la roue dentée: r et p les rayons de la roue, et du pignon; π le rapport du diamètre à la circonférence: on a l' équation d' équilibre.

$$P.r.2a\pi = R.h.p.$$

Ainsi dans la vis sans fin en équilibre la puissance est à la résistance comme le produit du rayon du pignon par le pas de la vis est au produit du rayon de la roue par la circonférence que décrit la force appliquée à la manivelle.

DU COIN.

XCII. Soit P la puissance qui frappe perpendiculairement sur la tête du coin; Q, R les deux pressions ou résistances que le corps oppose aux côtés du coin; c, b, a les longueurs de la tête, et des côtés de la section triangulaire qui passe verticalement

par les points d' appui, et par la direction de la puissance : l' équation d' équilibre est

$$P\,(a+b)=c\,(Q+R).$$

D' où il suit que la force qui frappe perpendiculairement sur la tête du coin est à la somme des deux résistances latérales, comme la tête du coin est à la somme des ses côtés.

XCIII. La force qui agit à l'aide du coin a d'autant plus d'avantage que l'angle de l'arête, ou du tranchant est plus aigu.

XCIV. Déterminer les pressions dans le sens horisontal, et dans le sens vertical.

XCV. Dans le coin isoscèle, où $b=a$, l'équation d' équilibre se réduit à

$$P.2a=c\,(Q+R).$$

D' où il suit que dans le coin isoscèle la puissance est à la somme des résistances comme la sémi-tête du coin est à un des ses côtés.

XCVI. Si dans le coin isoscèle la puissance agit perpendiculairement sur le milieu de la tête horisontale, la somme des pressions sur le plan horisontal, qui soutient le corps, est égale à la puissance; et la somme des résistances latérales dans le sens horisontal est à la puissance, comme la hauteur du coin est à la moitié de sa tête.

DES HAQUETS.

XCVII. Cette machine est composée d'un plan incliné, d'une poulie mobile représentée par le corps cylindrique ou tonne embrassée par la corde, et d'un tour.

Soit P la puissance appliquée à la roue du tour à la distance d de l'axe; r le rayon du cylindre du tour: R la résistance ou le poids de la tonne; ε l'angle d'inclinaison du plan sur l'horison: en supposant les deux cordons parallèles au plan incliné, on aura l'équation d'équilibre

$$P.d = \frac{1}{2} R r \sin \varepsilon .$$

DE LA GRUE.

XCVIII. Les parties essentieles de cette machine sont: 1.° Une poulie mobile à cordons parallèles: à la chape de la poulie est attaché le poids ou résistance R qui est élevé dans le sens vertical: 2.° Un tour, dont on exprime par d, r les rayons de la roue et du cylindre. L'équation d'équilibre pour cette machine est

$$P.d = \frac{1}{2} R r .$$

DU PONT-LEVIS.

XCIX. Cette machine est composée d'un tablier; de deux flèches qui ont leurs extrémités unies au ta-

blier par une chaîne ; d'une bascule à laquelle est appliquée une force convenable pour placer le tablier dans une position quelconque.

C. Soient α, β, γ les angles formés par l'horisontale avec les flèches, avec le tablier, et avec la chaîne ; b la longueur de la bascule, f celle des flèches ; T, C, F les poids du tablier, de la chaîne, et de la flèche ; M la somme de la force appliquée à la bascule, et de la moitié de son poids : on aura pour l'équilibre

$$M \cdot b = \frac{f}{2}\left[F + C + \frac{\cos\beta}{\cos\alpha} \times \frac{\sin(\alpha+\gamma)}{\sin(\beta+\gamma)} \times (T + C)\right].$$

Équations qui expriment les relations des angles α, β, γ, en supposant que l'un de ces angles soit connu.

Si les tourillons du tablier et des flèches se trouvent dans la même ligne verticale, et si le quadrilatère formé par ladite verticale, par la flèche, par la chaîne, et par la longueur du tablier est un parallélogramme, l'équation précédente se réduit à

$$M \cdot b = \frac{f}{2}\left(F + T + 2C\right).$$

Dans cette hypothèse la puissance M est invariable, et les chaînes restent toujours verticales, quelque soit la position du tablier par rapport à l'horison.

DES OBSTACLES AU MOUVEMENT DES MACHINES.

CI. La porosité des corps, cause physique du frottement, est un des obstacles principaux qui s' opposent au mouvement des machines, et qui rendent inexactes dans la pratique les équations générales de l'équilibre que nous venons d' exposer.

Il y a trois espèces de frottement; le premier a lieu, lorsqu' un corps glisse sur un autre: le second, lorsque l' une des deux surfaces juxtà posées roule sur l' autre: le troisième, lorsque l' une des surfaces du corps glisse, et qu'un autre roule.

CII. L'expèrience nous apprend:

1.° Que le frottement varie pour des surfaces différemment polies.

2.° Que le tems influe sur l'adhérence des corps, et que par conséquent il augmente le frottement.

3.° Que deux surfaces de corps homogènes, également polies, éprouvent un frottement plus grand que deux surfaces de corps hétérogènes.

4.° Que le frottement ne dépend pas de l' étendue des surfaces en contact.

5.° Le frottement est proportionnel à la pression, toutes choses d' ailleurs égales. Si le poids des masses est mediocre, le frottement est $\frac{1}{3}$ ou $\frac{1}{4}$ de la pression. Mais si les masses sont fort pesantes, le frottement est à-peu-près égal à $\frac{1}{12}$ de la pression.

CIII. Détermination du frottement qu' éprouve un corps posé sur un plan horisontal.

CIV. Détermination du frottement des corps au moyen du plan incliné. Angle du frottement.

Le frottement est égal au produit du poids du corps par le sinus de l' angle du frottement.

Le frottement est égal au produit de la pression du corps sur le plan incliné par la tangente de l' angle du frottement.

CV. Détermination de la grandeur de la puissance qui, dans le cas du frottement, doit être sur le point de produire le mouvement dans les machines.

1.° *Plan incliné*. Si on employe les procédés, et les notations du n.° XXXVII., et si on appelle f le rapport du frottement à la pression, la valeur de la force P'' qui doit être sur le point de prévaloir, sera exprimée par l' équation

$$P'' = \frac{P' (\cos \theta' + f \cos \theta'')}{\cos \theta'' - f \sin \theta''}$$

Si P' exprime le poids du corps posé sur le plan incliné à l' horison sous un angle ε, on aura

$$P'' = \frac{P' (\operatorname{sen} \varepsilon + f \cos \varepsilon)}{\cos \theta'' - f \sin \theta''}$$

2.° *Levier*. Soit b le rayon du trou circulaire et de l' axe du levier; M, R la puissance qui doit prévaloir, et la résistance, appliquées aux extrémités du levier, et qui par leurs directions forment l' angle α; m, r les normales abaissées du centre du boulon sur les directions des puissances; f le rapport du frot-

tement à la pression. Si pour simplifier le calcul, on fait

$$\frac{1 + f^2}{f^2} = q^2$$

la force qui doit être sur le point de prévaloir sera exprimée par

$$= R \times \frac{m\, r\, q^2 + b^2 \cos\alpha \pm b \sqrt{\left[q^2 \left(m^2 + 2\, m\, r \cos\alpha + r^2 \right) - b^2 \sin^2\alpha \right]}}{m^2\, q^2 - b^2}.$$

Si les deux forces sont parallèles, et agissent dans le même sens, l' équation précédente se réduit à

$$M = R \times \frac{m\, r\, q^2 + b^2 \pm b\, q\, (m + r)}{m^2\, q^2 - b^2}.$$

On doit choisir le signe supérieur, lorsque M doit prévaloir à la résistance R.

Si le trou b est petit, les deux équations, que nous venons d' exposer se réduisent à

$$M = R \times \frac{m\, r\, q \pm b \sqrt{\left[m^2 + 2\, m\, r \cos\alpha + r^2 \right]}}{m^2\, q}$$

$$M = R \times \left[\frac{r}{m} \pm \frac{b}{m^2\, q} (m + r) \right].$$

3.° *Poulie*. Dans cette machine on a nécessairement $m = r$; et la valeur de la puissance M qui doit prévaloir sera exprimée par

$$M = R \times \frac{m^2 \cdot q^2 + b^2 \cos\alpha \pm b \sqrt{\left[2\, m^2\, q^2 (1 + \cos\alpha) - b^2 \sin^2\alpha \right]}}{m^2\, q^2 - b^2}.$$

Si les cordes sont parallèles, et si le trou b est très petit, l'équation précédente se réduit à

$$M = R\left(1 \pm \frac{2b}{mq}\right).$$

4.° *Tour*. Le calcul de la force qui doit prévaloir dans cette machine ne diffère pas de celui qu'on a exposé pour le levier.

5.° *Vis simple*. En employant les notations du n.° LXXXVIII., on trouvera que la valeur de la force qui doit prévaloir est exprimée par

$$P = \frac{Qr}{R} \times \frac{h + 2f\pi r}{2\pi r - fh}.$$

A' l'aide des équations précédentes, convenablement modifiées, on peut déterminer la grandeur de la force qui doit prévaloir dans les autres machines composées.

DE LA ROIDEUR DES CORDES.

CVI. L' effet qui résulte de la roideur des cordes se réduit à raccourcir le bras du levier, ou de la poulie du côté de la puissance qui doit prévaloir, et à augmenter l'autre bras du côté de la résistance.

On a observé dans la pratique, que le raccourcissement du bras de la puissance est sensiblement nul, et que, pour faire entrer en considération la roideur des cordes, il ne faut qu'augmenter le bras du levier de la résistance d' une quantité convenable.

CVII. L' expérience nous apprend que les roideurs des cordes sont entr' elles, à-peu-près, en raison composée, directe des diamètres des cordes et des poids qu' elles doivent élever, et inverse des diamètres des cylindres ou poulies embrassées par les cordes.

CVIII. Le frottement des surfaces, et la roideur des cordes s'oppose tellement au mouvement des grandes machines, qu' il faut augmenter aumoins du $\frac{1}{3}$ la force réquise pour l'équilibre abstrait, à fin qu' elle puisse être sur le point de prévaloir.

DES EFFETS QU' ON PEUT ESPÉRER DES MACHINES.

CIX. Évaluation de la force moyenne des agens naturels qu'on employe ordinairement dans le mouvement des machines.

CX. L' énergie absolue de la puissance ne s'augmente pas lorsqu' elle est appliquée aux machines.

CXI. L' utilité, ou le but des machines se réduit à transmettre, selon certaines lois, la force motrice à la rèsistance ou poids, qu' on veut élever.

CXII. Dans toutes les machines on perd du côté du tems ce qu' on gagne du côté de la puissance.

CXIII. La multiplication prétendue des forces au moyen des machines est une faute grossière et dangereuse de quelque Machiniste ignorant, ou imposteur.

JEAN-PAUL GARBARINI, P.^{r} D'IDÉOLOGIE.

FRÉDÉRIC MARZOLI, P.^{r} DE MATHÉMATIQUE.

JOSEPH VENEZIANI, P.^{r} DE PHYSIQUE.

PLAISANCE

DE L'IMPRIMERIE DE MAURE DEL MAJNO

LE MOIS DE JUIN MDCCCVII.